

多自由度遥操作机器人可靠性控制研究

刘金良^{①*}, 田恩刚^②, 顾洲^③

① 南京财经大学应用数学学院, 南京 210046

② 南京师范大学电气与自动化工程学院, 南京 210042

③ 南京师范大学能源与机械工程学院, 南京 210042

* 通信作者. E-mail: liujinliang@vip.163.com

收稿日期: 2012-07-27; 接受日期: 2012-08-07

国家自然科学基金(批准号: 61074025, 60834002, 60904013)、江苏省自然科学基金(批准号: BK2012469, BK2012847)和江苏高校优势学科建设工程资助项目

摘要 本文针对多自由度遥操作机器人的可靠性控制问题进行了研究, 采用时延估计在线获得机器人系统的未知动力学和外界干扰, 并在控制过程中加以补偿. 这里, 我们利用一些满足一定概率分布的不相关的随机变量来表示遥操作机器人的概率性执行器故障. 通过考虑遥操作机器人的概率性执行器故障和控制时变时延, 我们建立了新的遥操作机器人模型. 在此基础上, 研究了遥操作机器人的可靠性控制. 通过使用 Lyapunov 稳定性方法和随机系统理论, 得到了遥操作机器人的执行器概率分布依赖的渐近均方稳定的充分性条件, 其中该条件是以线性矩阵不等式的形式给出, 从而非常便于计算机转化为凸优化问题进行求解. 最后用一个仿真算例来验证本文给出方法具有以下作用: 首先, 在考虑遥操作机器人的概率性执行器的故障的情况下, 本文提出方法可以很容易地得到控制输入时延的上界; 其次, 在不考虑遥操作机器人执行器故障时, 本文提出方法依然可以使用; 最后, 在考虑遥操作机器人的概率性执行器故障时, 本文提出的方法都可以为其设计理想的控制器.

关键词 机器人 时滞 可靠性控制 时延估计 线性矩阵不等式 执行器概率故障

1 引言

随着机器人技术和产业的发展, 机器人的发展已成为新的经济增长点. 机器人不仅在制造领域焊接、装配、搬运等方面发挥着重要作用, 而且在水下资源勘探、家庭社会服务、公共安全等非制造领域也发挥着重要的作用. 遥操作机器人系统是指在人的操纵下在人难以接近、难以进入或对人有害的环境中完成比较复杂操作的一种远距离操作系统. 基于 Internet 的遥操作机器人系统由于低成本、高效率、易维护性、可重构性等优点, 在远程教育、服务、医疗、国防等远端平台或机械装备的操作方面有着巨大的应用前景, 并且遥操作机器人系统也将极大地改善机器人的作业能力, 如远程制造、远程操作、空间探索、海洋开发、远程医疗等.

Internet 作为遥操作机器人系统信号传输的媒介, 由于网络带宽和网络传输协议的局限性, 使得信号传输时延不仅大, 而且时延大小呈随机性, 同时还会出现信号丢失的不良状况, 严重影响了系统的正常工作, 降低了系统的操作性能, 甚至造成系统不稳定, 这就使得要操作机器人的控制更具复杂性

和难度. 因此在存在时延、各种扰动、误差等干扰因素的情况下, 要求控制器的设计除了要保证系统的稳定性, 还要克服时延的影响, 实现要操作机器人与环境之间较好的感觉耦合. 为了解决这一问题, 国内外从控制理论和方法的角度运用滑膜变结构控制、神经网络、模糊控制等控制方法对遥操作机器人进行研究, 并取得了一定的成果^[1~7]. 文献 [1] 对于 Internet 遥操作机器人系统存在的网络传输时延问题, 基于预测显示方法的虚拟操作环境, 从提高系统的扩展性与操作性的角度出发, 对机器人操作虚拟环境涉及的关键问题进行了研究. 文献 [2] 利用基于投影的力量反射算法的双边遥控机器人系统的整体稳定性, 结果表明: 一个遥控机器人系统的整体稳定性, 可根据子系统稳定温和的假设、沟通渠道的属性、人为操作的动态和人类的力量测量/估计过程中取得. 文献 [3] 将波变量和 Smith 预测相结合抑制时变时延对系统的影响. 文献 [4] 利用四通道的方法分析了系统的鲁棒性和透明性. 文献 [5] 考虑到遥操作机器人的特性和参数可能随工作状态和工作环境的变化而变化, 设计了一种自适应鲁棒控制器. 文献 [6] 主要研究了基于网络的遥操作机器人系统传输时延的测试、分析以及数据丢包的解决方案. 文献 [7] 针对遥操作机器人系统传输通道中存在的通讯时延, 利用前向神经网络建立环境模型, 对系统进行设计, 使得系统在环境模型未知的条件下稳定, 还能获得良好的透明性.

控制系统作为机器人的核心部件, 其容错性是一个极其重要的研究方向, 如在航天、深海及核废料处理应用上, 要求其具有很强的可靠性, 能够长期工作. 特别是在执行重要任务时要保证机器人在发生故障时依然可靠, 并顺利完成任务. 机器人容错控制是指发生故障时在无人干预的情况下机器人系统依然能够完成预定任务. 因此, 基于工作任务所确定的控制系统进行容错性分析, 保证控制系统具有能够正常可靠完成工作的能力, 一直受到众多公司和研究单位的关注. 可靠性理论是将系统部件 (执行器和传感器) 可能发生的故障考虑在控制器设计过程中, 研究元部件和系统的失效规律, 从而为工程系统提供必须的设计准则和检验手段. 可靠性是复杂系统正常运行的必要保障, 受到学者的广泛关注^[8~10]. 众所周知, 在实际的控制系统中, 由于传感器和执行器的老化、零点漂移、电磁干扰和网络扰动等原因, 传感器故障、执行器故障和数据失真都是不可避免的, 因此, 有必要设计一种可靠性的控制器, 使得在传感器故障、执行器故障和数据失真发生时, 系统仍能保持良好的性能. 文献 [8] 基于控制系统中存在的随机传感器和执行器故障问题以及网络传输时延和丢包问题, 分析研究了一类具有随机传感器和执行器故障的系统模型, 设计了保持系统性能稳定的可靠控制器. 文献 [9] 建立了一种新的具有随机执行器故障的容错系统模型, 研究了具有随机执行器故障、数据失真和网络时延的可靠性控制问题, 得到了使系统保持稳定的充分条件. 文献 [10] 考虑了在执行器延迟和故障情况下可靠的模糊 H_∞ 控制器的设计问题, 设计了使系统渐近稳定的可靠模糊 H_∞ 控制器.

基于上述的热点问题, 考虑到多数情况下遥操作系统具有多个自由度, 本文开展基于多自由度遥操作机器人的可靠性控制问题研究. 利用时延估计法, 在考虑控制输入时延和执行器具有随机故障的情况下, 实现对系统的可靠性控制. 借助稳定性理论和随机系统理论给出控制系统的容错控制器设计算法, 并用具体例子验证本文给出方法的有效性.

2 系统模型

考虑具有多输入多输出的 n 自由度关节机器人, 动力学方程为^[11]

$$M(p)\ddot{p} + C(p, \dot{p})\dot{p} + G(p) + D\dot{p} + \mathcal{T}_s = \mathcal{T}, \quad (1)$$

其中: $p, \dot{p}, \ddot{p} \in \mathbb{R}^n$ 分别为关节位置矢量、角速度、角加速度向量; $M(p) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为对称正定惯性矩阵;

$C(p, \dot{p}) \in \mathbb{R}^n$ 表示 Coriolis force 和向心力矩阵; $G(p) \in \mathbb{R}^n$ 代表重力项; $\mathcal{T}_s \in \mathbb{R}^n$ 为外界的力矩干扰, $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^n$ 为各关节控制力矩; D 为每个关节的粘滞摩擦系数组成的对角矩阵.

本文所要解决的问题是针对不确定机器人系统 (1), 要求: 当机器人系统有控制时延时, 机器人的关节变量 p 仍能有效地跟踪期望的关节量 p_d , 并且跟踪误差 e 收敛至零, 其中 $e(t), \dot{e}(t) \in \mathbb{R}^n$, 分别定义为 $e = p - p_d, \dot{e} = \dot{p} - \dot{p}_d$.

文中引入一个正定的常数矩阵 \bar{M} , 并令

$$F(p, \dot{p}, \ddot{p}) = [M(q) - \bar{M}]\ddot{p} + C(p, \dot{p})\dot{p} + G(p) + D\dot{p} + \mathcal{T}_s, \quad (2)$$

则机器人的动力学方程 (1) 可简化为

$$\bar{M}\ddot{p} + F(p, \dot{p}, \ddot{p}) = \mathcal{T}. \quad (3)$$

为了有效简化计算量, 下面我们通过时延估计函数 $\hat{F}(p, \dot{p}, \ddot{p})$ 来估计 $F(p, \dot{p}, \ddot{p})$ 的大小. $\hat{F}(p, \dot{p}, \ddot{p})$ 可通过时延在线获得, 即

$$\hat{F}(p, \dot{p}, \ddot{p}) = F(p, \dot{p}, \ddot{p})_{t-\alpha(t)}, \quad (4)$$

其中 $F(p, \dot{p}, \ddot{p})_{t-\alpha(t)}$ 为 $F(p, \dot{p}, \ddot{p})$ 在 $t - \alpha(t)$ 时刻的时延值, t 是当前控制时间, $\alpha(t)$ 是估计延迟时间且 $\alpha_1 \leq \alpha(t) \leq \alpha_2$. 由式 (3) 可得

$$F(p, \dot{p}, \ddot{p})_{t-\alpha(t)} = \mathcal{T}_{t-\alpha(t)} - \bar{M}\ddot{p}_{t-\alpha(t)}. \quad (5)$$

机器人的控制律设计为

$$\mathcal{T} = \bar{M}(\ddot{p}_d - K_d\dot{e} - K_q e + u) + \hat{F}(p, \dot{p}, \ddot{p}), \quad (6)$$

其中 K_d 和 K_q 是正常数对角矩阵, u 是辅助控制输入向量.

联合式 (5) 和 (6), 则控制律可表达为

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_{t-\alpha(t)} + \bar{M}(\ddot{p}_d - \ddot{p}_{t-\alpha(t)} - K_d\dot{e} - K_q e + u). \quad (7)$$

将式 (7) 带入式 (1) 可得

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_q e = w + u, \quad (8)$$

其中 $w = -\bar{M}^{-1}[F(p, \dot{p}, \ddot{p}) - F(p, \dot{p}, \ddot{p})_{t-\alpha(t)}]$, 定义为时延估计误差.

显然, 当 $w = 0$ 时, 误差系统的动态方程可表述为

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_q e = u. \quad (9)$$

令 $x = [e \quad \dot{e}]^T$, 则式 (9) 可以表达为状态方程的形式

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_w w, \quad (10)$$

其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix}$, $B = B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$, I 为单位矩阵.

为了描述系统的鲁棒抗干扰抑制能力, 定义如下评价信号向量:

$$z = Cx, \quad (11)$$

其中 $C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}$, c_1, c_2 为正定的对角矩阵.

考虑遥操作机器人的控制输入时延 $\tau(t)$, 本文采用状态反馈的控制输入为 $u(t) = Kx(t - \tau(t))$, 其中 K 为状态反馈增益矩阵, $\tau(t)$ 满足 $\tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2$.

注 1 由于信息在传递的过程中经常会遇到时延等情况, 考虑遥操作机器人控制指令的远程传输, 此处假设控制输入时延为区间时变时滞.

考虑到机器人手具有概率性执行器故障, 建立如下形式的故障模型:

$$u^F(t) = \Xi u(t) = \sum_{i=1}^m \pi_i C_i K x(t - \tau(t)), \quad (12)$$

其中, $\Xi = \text{diag}\{\pi_1, \dots, \pi_m\}$, $\pi_i (i = 1, \dots, m)$ 为 m 个不相关的随机变量, 其数学期望为 μ_i , 方差为 σ_i^2 ,

$$C_i = \text{diag}\{\underbrace{0, \dots, 0}_{i-1}, 1, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-i}\}.$$

定义 $\bar{\Xi} = \text{diag}\{\mu_1, \dots, \mu_m\} = \sum_{i=1}^m \mu_i C_i$, 显然, $E(\Xi) = \bar{\Xi}$, $E(\Xi - \bar{\Xi}) = 0$, $E(\pi_i - \mu_i)^2 = \sigma_i^2$.

注 2 式 (12) 中, $\pi_i = 0$ 表示机器人手的第 i 个执行器卡死, $0 < \pi_i < 1$ 表示执行器部分失效, $\pi_i > 1$ 表示执行器的增益发生正向漂移, σ_i 表示执行器的增益的波动情况.

结合式 (10)~(12), 可得如下形式的考虑执行器故障的系统模型:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t)) + B(\Xi - \bar{\Xi})Kx(t - \tau(t)) + B_w w, \quad (13)$$

$$z = Cx. \quad (14)$$

注 3 式 (12) 中, $\Xi = 1$ 表示机器人系统无执行器故障, 此时, 系统将退化为一般的机器人系统, 因此我们所建立的系统模型 (13) 更具有一般性.

给出本文结论之前, 首先给出如下定义和引理.

定义 1 系统 (13) 和 (14) 是指数均方随机稳定的, 如果存在常数 $\beta > 0, \lambda > 0$, 使得对 $t > 0$, 有

$$E\{\|x(t)\|^2\} \leq \beta e^{\lambda t} \sup_{\tau_1 < s < \tau_2} \{\|\phi(s)\|^2\}. \quad (15)$$

定义 2 对给定的函数 $V \in C_{F_0}^b([\tau_1, \tau_2], \mathbb{R}^n) \times s$, 其无穷小算子 \mathcal{L} 定义如下

$$\mathcal{L}V(x(t)) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta} [E(V(x_{t+\Delta}|x_t)) - V(x_t)]. \quad (16)$$

引理 1^[12] 若 $\tau_1 \leq \tau(t)$ 和 $x(t) \in \mathbb{R}^n$, 则对任何给定的矩阵 $R > 0$ 有下面不等式成立

$$-\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) \leq \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R & R \\ R & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

引理 2^[13] 对任意的向量 $x, y \in \mathbb{R}^n$ 和正定对称矩阵 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 下面不等式成立

$$2x^T y \leq x^T Q x + y^T Q^{-1} y. \quad (18)$$

引理 3^[14] Ω_1, Ω_2 和 Ω 是具有合适维数的已知矩阵, 对 $\tau(t) \in [\tau_1, \tau_2]$, 则

$$(\tau(t) - \tau_1)\Omega_1 + (\tau_2 - \tau(t))\Omega_2 + \Omega < 0 \quad (19)$$

成立, 当且仅当下面两式成立:

$$(\tau_2 - \tau_1)\Omega_1 + \Omega < 0, \quad (20)$$

$$(\tau_2 - \tau_1)\Omega_2 + \Omega < 0. \quad (21)$$

3 主要结论

本节将给出闭环系统 (13) 和 (14) 指数均方稳定的控制器解存在的充分条件, 控制器增益矩阵 K 将由定理 2 给出.

定理 1 对于给定的执行器故障概率信息 $\alpha_i, \mu_i (i = 1, \dots, m)$, 时滞 τ_1, τ_2 , 状态反馈增益矩阵 K 和 H_∞ 性能指标 γ , 如果存在正定矩阵 P, Q_1, Q_2, R_1, R_2 和合适维数的自由权矩阵 N, M , 使得下面矩阵不等式成立:

$$\Omega(s) = \begin{bmatrix} \Omega_{11} + \Gamma + \Gamma^T & * & * & * & * & * \\ \Omega_{21} & -\gamma^2 I & * & * & * & * \\ \Omega_{31} & 0 & -I & * & * & * \\ \Omega_{41}(s) & 0 & 0 & -R_2 & * & * \\ \Omega_{51} & RB_w & 0 & 0 & -R & * \\ \Omega_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_{66} \end{bmatrix} < 0, \quad s = 1, 2, \quad (22)$$

其中

$$\Omega_{11} = \begin{bmatrix} PA + A^T P + Q_1 + Q_2 - R_1 & * & * & * \\ K^T \Xi^T B^T & 0 & * & * \\ R_1 & 0 & -Q_1 - R_1 & * \\ 0 & 0 & 0 & -Q_2 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = [0 \quad -N + M \quad N \quad -M], \quad \Omega_{21} = [B_w^T P \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad \Omega_{31} = [C \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

$$\Omega_{41}(1) = \sqrt{d_{21}} N^T, \quad \Omega_{41}(2) = \sqrt{d_{21}} M^T, \quad \Omega_{51} = [RA \quad RB \Xi K \quad 0 \quad 0],$$

$$\Omega_{61} = [0 \quad \Theta \quad 0 \quad 0], \quad \Omega_{66} = \underbrace{\text{diag}\{-R, \dots, -R\}}_m,$$

$$N^T = [N_1^T \quad N_2^T \quad N_3^T \quad N_4^T], \quad M^T = [M_1^T \quad M_2^T \quad M_3^T \quad M_4^T],$$

$$\Theta = [\sigma_1 RBC_1 K \quad \dots \quad \sigma_n RBC_n K]^T, \quad R = \tau_1^2 R_1 + \tau_{21} R_2, \tau_{21} = \tau_2 - \tau_1,$$

则闭环系统 (13) 和 (14) 指数均方稳定.

证明 构造如下形式的 Lyapunov 泛函:

$$V(x_t) = V_1(x_t) + V_2(x_t) + V_3(x_t), \quad (23)$$

其中

$$V_1(x_t) = x^T(t) P x(t), \quad V_2(x_t) = \int_{t-\tau_1}^t x^T(s) Q_1 x(s) ds + \int_{t-\tau_2}^t x^T(s) Q_2 x(s) ds,$$

$$V_3(x_t) = \tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \int_s^t \dot{x}^T(v) R_1 \dot{x}(v) dv ds + \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_s^t \dot{x}^T(v) R_2 \dot{x}(v) dv ds,$$

则 $V_i(x_t)$ 沿系统 (13) 的求导并对其取数学期望得

$$E\{\mathcal{L}V_1(x_t)\} = 2x^T(t)P[Ax + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t) + B_w w)], \quad (24)$$

$$E\{\mathcal{L}V_2(x_t)\} = x^T(t)(Q_1 + Q_2)x(t) - x^T(t - \tau_1)Q_1x(t - \tau_1) - x^T(t - \tau_2)Q_2x(t - \tau_2), \quad (25)$$

$$E\{\mathcal{L}V_3(x_t)\} = E\{\dot{x}^T(t)R\dot{x}(t)\} - \tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds. \quad (26)$$

结合 (24)~(26), 应用自由权矩阵方法^[15,16] 得

$$\begin{aligned} E\{\mathcal{L}v(x_t)\} &= 2x^T(t)P[Ax + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t) + B_w w) + x^T(t)(Q_1 + Q_2)x(t) - x^T(t - \tau_1)Q_1x(t - \tau_1) \\ &\quad - x^T(t - \tau_2)Q_2x(t - \tau_2) + E\{\dot{x}^T(t)R\dot{x}(t)\} - \tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds \\ &\quad - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds + \Upsilon_1 + \Upsilon_2, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\Upsilon_1 = 2\xi^T(t)N[x(t - \tau_1) - x(t - \tau(t)) - \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}(t)ds] = 0$, $\Upsilon_2 = 2\xi^T(t)M[x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_2) - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}(t)ds] = 0$, $\xi^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau(t)) \quad x^T(t - \tau_1) \quad x^T(t - \tau_2)]$.

根据引理 2, 下面不等式成立

$$-2\xi^T(t)N \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}(s)ds \leq \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(t)R_2\dot{x}(t)ds + (\tau(t) - \tau_1)\xi^T(t)NR_2^{-1}N^T\xi(t), \quad (28)$$

$$-2\xi^T(t)M \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}(s)ds \leq \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(t)R_2\dot{x}(t)ds + (\tau_2 - \tau(t))\xi^T(t)MR_2^{-1}M^T\xi(t). \quad (29)$$

根据引理 1, 有

$$-\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s) \leq \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R_1 & R_1 \\ R_1 & -R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix}. \quad (30)$$

注意到

$$\begin{aligned} E\{\dot{x}^T(t)R\dot{x}(t)\} &= [Ax(t) + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t))]^T R [Ax(t) + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t))] \\ &\quad + x^T(t - \tau(t)) \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 K^T C_i^T B^T R B C_i K x(t - \tau(t)). \end{aligned} \quad (31)$$

结合式 (27)~(31), 有

$$\begin{aligned} E\{\mathcal{L}v(t)\} &- \gamma^2 w^T(t)w(t) + z^T(t)z(t) \\ &\leq 2x^T(t)P[Ax + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t) + B_w w) + x^T(t)(Q_1 + Q_2)x(t) \\ &\quad - x^T(t - \tau_1)Q_1x(t - \tau_1) - x^T(t - \tau_2)Q_2x(t - \tau_2) - \gamma^2 w^T(t)w(t) + z^T(t)z(t) \\ &\quad + [Ax(t) + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t))]^T R [Ax(t) + B\bar{\Xi}Kx(t - \tau(t))] \\ &\quad + \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R_1 & R_1 \\ R_1 & -R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix} + 2\xi^T(t)N[x(t - \tau_1) - x(t - \tau(t))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2\xi^T(t)M[x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_2)] + (\tau(t) - \tau_1)\xi^T(t)NR_2^{-1}N^T\xi(t) \\
 &+ (\tau_2 - \tau(t))\xi^T(t)MR_2^{-1}M^T\xi(t) + x^T(t - \tau(t))\sum_{i=1}^m \sigma_i^2 K^T C_i^T B^T RBC_i K x(t - \tau(t)), \quad (32)
 \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}
 &E\{\mathcal{L}v(t)\} - \gamma^2 w^T(t)w(t) + z^T(t)z(t) \\
 &\leq \xi^T(t)\Psi\xi(t) + \begin{bmatrix} \xi(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega_{51} & RBw \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} \Omega_{51} & RBw \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

其中 $\Psi = \Omega_{11} + \Gamma + \Gamma^T + \gamma^2 \Omega_{21}^T \Omega_{21} + \Omega_{31}^T \Omega_{31} + \Omega_{61}^T \Omega_{66} \Omega_{61} + (\tau(t) - \tau_1)NR_2^{-1}N^T + (\tau_2 - \tau(t))MR_2^{-1}M^T$.

根据 Schur 补和引理 3 可知: $E\{\mathcal{L}v(t)\} - \gamma^2 w^T(t)w(t) + z^T(t)z(t) < 0$ 当且仅当式 (22) 成立. 于是在零初始条件下, 对式 (33) 两边从 t_0 到 t 分别积分, 并且使 $t \rightarrow \infty$, 可得

$$\|z(t)\| \leq \gamma \|w(t)\|. \quad (34)$$

接下来, 证明系统 (13) 和 (14) 是指数均方稳定. 当 $w(t) = 0$ 时, 利用上面类似的分析方法, 能够得到

$$E\{\mathcal{L}v(x_t)\} \leq -\lambda \| \xi(t) \|, \quad (35)$$

其中 $\lambda = \lambda_{\min} \Omega(s)$, $s = 1, 2$.

定义一个新的函数

$$W(x_t) = e^{\varepsilon t} V(x_t), \quad (36)$$

则可得

$$\mathcal{L}W(x_t) = \varepsilon e^{\varepsilon t} V(x_t) + e^{\varepsilon t} \mathcal{L}V(x_t). \quad (37)$$

由式 (37) 可知

$$E\{W(x_t)\} - E\{W(x_0)\} = \int_0^t \varepsilon e^{\varepsilon s} E\{V(x_s)\} ds + \int_0^t e^{\varepsilon s} E\{\mathcal{L}V(x_s)\} ds. \quad (38)$$

利用文献 [17] 中的类似方法, 可以知道存在一个正数 β 使得对任意的 $t \geq 0$, 有

$$E\{V(x_t)\} \leq \beta \sup_{\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2} E\{\|\psi(s)\|^2\} e^{-\varepsilon t}. \quad (39)$$

由于 $V(x_t) \geq \lambda_{\min}(P)x^T(t)x(t)$, 由式 (39) 可以得到对任意的 $t \geq 0$ 有

$$E\{x^T(t)x(t)\} \leq \bar{\beta} \sup_{\tau_1 \leq s \leq \tau_2} E\{\|\psi(s)\|^2\} e^{-\varepsilon t}, \quad (40)$$

其中 $\bar{\beta} = \frac{\beta}{\lambda_{\min}(P)}$. 再由定义 1 知系统 (13) 和 (14) 是指数均方随机稳定.

基于定理 1, 定理 2 给出了当执行器具有概率性故障时, 式 (12) 中控制器增益 K 的设计方法.

定理 2 对于给定的执行器故障概率信息 γ , α_i , $\mu_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 和时滞信息 τ_1, τ_2 , 以及标量 $\epsilon > 0$, $\epsilon_2 > 0$, 如果存在正定矩阵 X , \hat{Q}_1 , \hat{Q}_2 , \hat{R}_1 , \hat{R}_2 和合适维数矩阵 \hat{N} , \hat{M} , Y , 则闭环系统 (13) 和

(14) 指数均方稳定, 如果线性矩阵不等式

$$\hat{\Omega}(s) = \begin{bmatrix} \hat{\Omega}_{11} + \hat{I} + \hat{I}^T & * & * & * & * & * \\ \hat{\Omega}_{21} & -\gamma^2 I & * & * & * & * \\ \hat{\Omega}_{31} & 0 & -I & * & * & * \\ \hat{\Omega}_{41}(s) & 0 & 0 & \hat{R}_2 & * & * \\ \hat{\Omega}_{51} & B_w & 0 & 0 & -2\epsilon + \epsilon^2 \hat{R} & * \\ \hat{\Omega}_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{\Omega}_{66} \end{bmatrix} < 0, \quad s = 1, 2, \quad (41)$$

其中,

$$\hat{\Omega}_{11} = \begin{bmatrix} AX + XA^T + \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2 - R_1 & * & * & * \\ Y^T \Xi^T B^T & 0 & * & * \\ \hat{R}_1 & 0 & -\hat{Q}_1 - \hat{R}_1 & * \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{Q}_2 \end{bmatrix},$$

$$\hat{I} = [0 \quad -\hat{N} + \hat{M} \quad \hat{N} \quad -\hat{M}], \quad \hat{\Omega}_{21} = [B_w^T \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad \hat{\Omega}_{31} = [\hat{C} \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

$$\hat{\Omega}_{41}(1) = \sqrt{d_{21}} \hat{N}^T, \quad \hat{\Omega}_{41}(2) = \sqrt{d_{21}} \hat{M}^T, \quad \hat{\Omega}_{51} = [AX \quad B\bar{\Xi}Y \quad 0 \quad 0], \quad \hat{\Omega}_{61} = [0 \quad \hat{\Theta} \quad 0 \quad 0],$$

$$\hat{\Omega}_{66} = \text{diag}\{\underbrace{-2\epsilon + \epsilon^2 \hat{R}, \dots, -2\epsilon + \epsilon^2 \hat{R}}_m\}, \quad \hat{N}^T = [\hat{N}_1^T \quad \hat{N}_2^T \quad \hat{N}_3^T \quad \hat{N}_4^T],$$

$$\hat{M}^T = [\hat{M}_1^T \quad \hat{M}_2^T \quad \hat{M}_3^T \quad \hat{M}_4^T], \quad \hat{\Theta} = [\sigma_1 BC_1 Y \quad \dots \quad \sigma_n BC_n Y]^T, \quad \hat{R} = \tau_1^2 \hat{R}_1 + \tau_{21} \hat{R}_2.$$

成立, 且控制器增益 $K = YX^{-1}$.

证明 根据 Schur 补引理, 矩阵不等式 (22) 成立, 当且仅当下式成立

$$\Omega(s) = \begin{bmatrix} \Omega_{11} + \Gamma + \Gamma^T & * & * & * & * & * \\ \Omega_{21} & -\gamma^2 I & * & * & * & * \\ \Omega_{31} & 0 & -I & * & * & * \\ \Omega_{41}(s) & 0 & 0 & -R_2 & * & * \\ \Phi_{51} & PB_w & 0 & 0 & -PR^{-1}P & * \\ \Phi_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_{66} \end{bmatrix} < 0, \quad s = 1, 2, \quad (42)$$

其中

$$\Phi_{51} = [PA \quad PB\bar{\Xi}K \quad 0 \quad 0], \quad \Phi_{61} = [0 \quad \Delta \quad 0 \quad 0]$$

$$\Phi_{66} = \text{diag}\{\underbrace{-PR^{-1}P, \dots, -PR^{-1}P}_m\}, \quad \Delta = [\sigma_1 PBC_1 K \quad \dots \quad \sigma_n PBC_n K]^T.$$

由于对任意的正定矩阵 R, P , 以及标量 ϵ , 由

$$(R - \epsilon^{-1}P)R^{-1}(R - \epsilon^{-1}P) \geq 0 \quad (43)$$

可知

$$-PR^{-1}P \leq -2\varepsilon + \varepsilon^2 R. \tag{44}$$

于是式 (45) 为式 (42) 成立的充分条件.

$$\Omega(s) = \begin{bmatrix} \Omega_{11} + \Gamma + \Gamma^T & * & * & * & * & * \\ \Omega_{21} & -\gamma^2 I & * & * & * & * \\ \Omega_{31} & 0 & -I & * & * & * \\ \Omega_{41}(s) & 0 & 0 & -R_2 & * & * \\ \Phi_{51} & PB_w & 0 & 0 & -2\varepsilon + \varepsilon^2 R & * \\ \Phi_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_{66} \end{bmatrix} < 0, \quad s = 1, 2, \tag{45}$$

其中

$$\Psi_{66} = \text{diag}\{\underbrace{-2\varepsilon + \varepsilon^2 R, \dots, -2\varepsilon + \varepsilon^2 R}_m\}$$

定义 $X = P^{-1}$, $\hat{Q}_i = XQ_iX (i = 1, 2)$, $\hat{R} = XRX$, $\hat{R}_2 = XR_2X\hat{M} = XMX$, $\hat{N} = XNX$ 和 $Y = KX$, 用

$$\text{diag}\{X, X, X, X, I, I, \underbrace{X, \dots, X}_{m+2}\}$$

和其转置分别左乘和右乘矩阵不等式 (45), 可得条件 (41). 并且由 $Y = KX$, 可知控制器增益 $K = YX^{-1}$. 于是定理得证.

注 4 在定理 2 证明中, 式 (45) 引入了调节参数 ε 的选择是通过试凑的方法给出, 将对可靠性控制器的求解带来一定的保守性.

注 5 从定理 2 中可以看出, 获得的容错控制器不仅依赖于控制输入时滞 $\tau(t)$, 而且依赖执行器的故障分布 Ξ .

4 数值例子

为了验证本文给出方法的有效性, 下面我们将给出具体的数值算例.

为了便于叙述, 我们直接假设系统 (13) 具有如下参数:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Bw = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad \gamma = 0.6.$$

为了说明在考虑控制系统执行器故障的情况下, 采用本方法设计容错控制器的有效性, 以下分为 2 种情况进行讨论.

情形 1 假设控制系统没有出现执行器故障, 对给定的 $\varepsilon = 1$, $\gamma = 0.7$, 根据定理 2 可得, 当 $\tau_1 = 0.2$, $\tau_2 = 1.2542$ 时, 式 (12) 中控制器增益 $K = [-0.2360 \quad -0.2559]$.

当初始状态 $x_0 = [-2 \quad 2]^T$, 此时, 系统状态曲线和遥操作机器人控制输入时滞分布分别如图 1 和 2 所示.

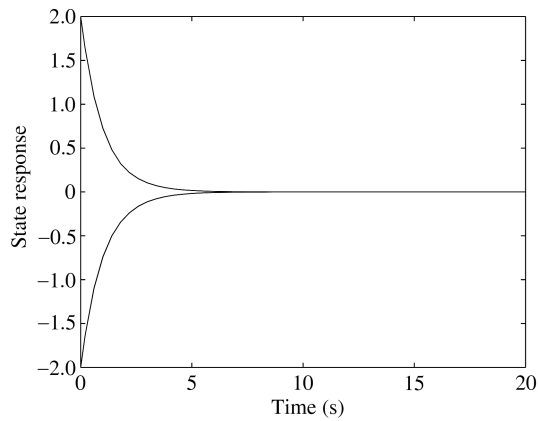


图 1 执行器无故障时状态响应曲线

Figure 1 The state responses without actuator fault

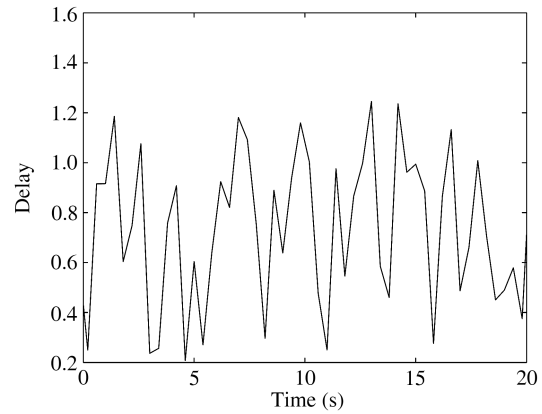


图 2 遥操作机器人控制输入时滞分布图

Figure 2 The time-varying input delay of tele-robotics

表 1 时滞上界 τ_2 随时滞下界 τ_1 变化情况

Table 1 Maximum allowable delay bound τ_2 for different τ_1

τ_1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
τ_2	1.2008	1.2544	1.2939	1.3192	1.3304

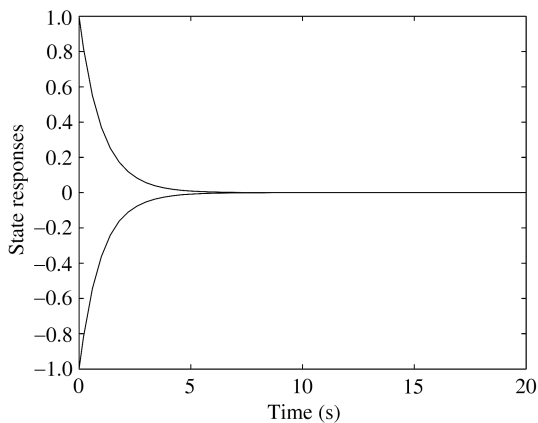


图 3 执行器发生情形 2 故障时状态响应曲线

Figure 3 The state responses with actuator fault under case 2

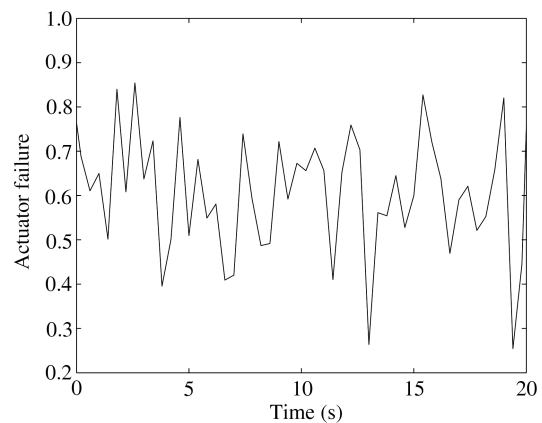


图 4 执行器发生情形 2 故障图

Figure 4 The actuator fault in case 2

情形 2 假设机器人执行器有故障 $\bar{\varepsilon} = 0.6, \sigma = 0.02$ 时, 对给定的 $\varepsilon = 1, \gamma = 0.7, \tau_1 = 0.1, \tau_2 = 1.2008$, 根据定理 2, 可得式 (12) 中控制器增益 $K = [-0.3921 \quad -0.4284]$.

对给定的 $\varepsilon = 1, \gamma = 0.7$, 时滞上界 τ_2 随时滞下界 τ_1 变化情况如表 1 所示.

当初始状态 $x_0 = [1 \quad -1]^T$, 此时, 系统状态曲线和执行器故障分别如图 3 和 4 所示.

5 结论

本文研究了一类基于多自由度遥操作系统的可靠性控制问题, 综合考虑了机器人动力学系统方程不精确、实时性难以保证的特点, 采用正常数矩阵代替机器人的惯性矩阵, 利用时延估计方法对控制

过程进行有效的补偿, 从而将非线性的机器人系统转化为线性的闭环系统. 考虑到控制输入时延和执行器概率失真情况, 文中使用 Lyapunov 泛函稳定性理论和随机系统理论给出了遥操作机器人系统可靠性控制器的设计算法, 最后通过数值算例验证本文给出方法的有效性.

参考文献

- 1 Gao S, Zhao J. Internet based key problems of virtual environment for robot teleoperation. *J Harbin Inst Technol*, 2006, 38: 649–653 [高胜, 赵杰. 基于 Internet 的机器人遥操作虚拟环境的关键问题. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38: 649–653]
- 2 Polushin I G, Liu X P, Lung C H. Stability of bilateral teleoperators with generalized projection-based force reflection algorithms. *Automatica*, 2012, 48: 1005–1016
- 3 Munir S, Book W J. Internet-based teleoperation using wave variables with prediction. *IEEE/ASME Trans Mechatron*, 2002, 7: 124–133
- 4 Tafazoli S, Salcudean S E, Hashtrudi-Zaad K, et al. Impedance control of a teleoperated excavator. *IEEE Trans Control Syst Technol*, 2002, 10: 355–367
- 5 Zhu W H, Salcudean S E. Stability guaranteed teleoperation: an adaptive motion/force control approach. *IEEE Trans Autom Control*, 2000, 45: 1951–1969
- 6 Rui S B, Zeng Q J. Transmission time-delay study for telerobotics based on network. *Comput Eng Appl*, 2006, 27: 216–218 [芮素波, 曾庆军. 基于网络的遥操作机器人系统传输时延研究. 计算机工程与应用, 2006, 27: 216–218]
- 7 Chen Q H, Fei S M, Song A G. Predictive control of teleoperation robot systems. *J Southeast Univ (Nat Sci Ed)*, 2003, 33: 177–181 [陈启宏, 费树岷, 宋爱国. 遥操作机器人系统的预测控制. 东南大学学报 (自然科学版), 2003, 33: 177–181]
- 8 Tian E, Yue D, Peng C. Reliable control for networked control systems with probabilistic sensors and actuators faults. *IET Control Theory Appl*, 2010, 4: 1478–1488
- 9 Tian E, Yue D, Peng C. Reliable control for networked control systems with probabilistic actuator fault and random delays. *J Frankl Inst*, 2010, 347: 1907–1926
- 10 Li H, Liu H, Gao H, et al. Reliable fuzzy control for active suspension systems with actuator delay and fault. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 2011, 20: 342–357
- 11 Liu H T, Zhang T. Tracking control of industrial robot based on time delay estimation and robust H_∞ control. *South China Univ Technol (Nat Sci Ed)*, 2012, 40: 77–87 [刘海涛, 张铁. 基于时延估计和鲁棒 H_∞ 控制的工业机器人跟踪控制. 华南理工大学学报 (自然科学版), 2012, 40: 77–87]
- 12 Xie L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty. *Int J Control*, 1996, 63: 741–750
- 13 Wang Y, Xie L, de Souza C E. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems. *Syst Control Lett*, 1992, 19: 139–149
- 14 Tian E, Yue D, Zhang Y. Delay-dependent robust H_∞ control for T-S fuzzy system with interval time-varying delay. *Fuzzy Sets Syst*, 2009, 160: 1708–1719
- 15 Yue D, Han Q L, Lam J. Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty. *Automatica*, 2005, 41: 999–1007
- 16 He Y, Wu M, She J H, et al. Parameter-dependent Lyapunov functional for stability of time-delay systems with polytopic-type uncertainties. *IEEE Trans Autom Control*, 2004, 49: 828–832
- 17 Yue D, Tian E, Zhang Y, et al. Delay-distribution-dependent robust stability of uncertain systems with time-varying delay. *Int J Robust Nonlinear Control*, 2009, 19: 377–393

Reliable control for tele-robotics with multi degree of freedom

LIU JinLiang^{1*}, TIAN EnGang² & GU Zhou³

¹ Department of Applied Mathematics, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210046, China;

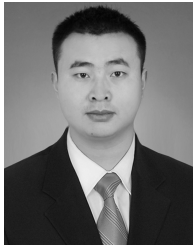
² School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China;

³ College of Power Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China

*E-mail: liujinliang@vip.163.com

Abstract In this paper, the reliable controller design is considered for multi-degree of freedom-based tele-robotics. Time-delay estimation is employed to obtain the unknown dynamics and the external disturbances of robots online and to perform a compensation during the control. The faults of each actuator occur randomly and their failure rates are governed by a set of unrelated stochastic variables satisfying some certain probabilistic distribution. A new unified tele-robotics model is built by assuming the probabilistic distribution-based actuator fault and the input time varying delay. By considering the input time varying delay and the probabilistic actuator faults, we study the problem of the reliable control. By using Lyapunov functional method and stochastic systems theory, actuator distributed-dependent sufficient conditions for the exponentially mean square stability of tele-robotics system are obtained in the form of linear matrix inequalities, which can be solved easily by the application of convex optimization algorithms. A simulation example is given to show that: firstly, using the distribution information of the actuator, the maximum effective delay bound can be easily obtained for the tele-robotics system; secondly, the proposed design procedures can also be used when the tele-robotics is without actuator faults; lastly, the proposed reliable controller can stabilize the tele-robotics system with probabilistic actuator faults, which may be unstable under the designed controller without considering the faults of actuator.

Keywords robotics, time delay, reliable control, time delay estimation, linear matrix inequality, probabilistic actuator faults



LIU JinLiang was born in 1980. He received the Ph.D. degree in information science and technology from Donghua University, Shanghai in 2011. Currently, he is a Lecturer at Nanjing University of Finance and Economics. His research interests include networked control systems, reliable control, T-S fuzzy systems, and time delay systems.



TIAN EnGang was born in 1980. He received the Ph.D. degree from Donghua University, Shanghai in 2008. Since 2008, he has been with the School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University. Currently, he is an Associate Professor at Nanjing Normal University. From Sept. 2011 to Sept. 2012, he worked as Postdoctoral Fellow in Hong Kong Polytechnic University. His research interests include networked control systems, T-S fuzzy systems, reliable control, and distributed control systems.



GU Zhou was born in 1973. He received the Ph.D. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing in 2010. Currently, he is an Associate Professor at Nanjing Normal University. From Sept. 2011 to Sept. 2012, he was a Visiting Professor with Central Queensland University, Rockhampton, Qld., Australia. His current research interests include networked control systems, T-S fuzzy systems, and time-delay systems.