

一类网络环境下的离散线性系统的可靠性滤波器设计研究

刘金良

(南京财经大学应用数学学院, 江苏南京 210023)

摘要: 本文对一类网络环境下的离散线性系统进行了可靠性滤波器设计, 其中用一组随机变量来表示传感器的概率性失真, 并综合考虑网络环境的时滞、错序、丢包等非理想服务质量, 建立了包含传感器随机失真的系统模型; 通过使用李亚普诺夫泛函稳定性理论和线性矩阵不等式技术给出了可靠性滤波器设计算法存在可行解的充分性条件, 最后通过数值算例验证本文给出方法的有效性。

关键词: 可靠性控制; 滤波器设计; 网络控制系统; 概率性失真; 非理想网络

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012) 12-2557-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.12.033

Network-Based Reliable Filter Design for a Class of Discrete Linear Systems

LIU Jin-liang

(Department of Applied Mathematics, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing, Jiangsu 210023, China)

Abstract: In this paper, the network-based reliable filtering is investigated for a class of discrete linear systems. The faults of sensors occur randomly and the failure rates are governed by some stochastic variables. A new model is provided under consideration of the network-induced delay, the data packet dropout, the wrong sequences in the transmission, and random sensor failure. By using the Lyapunov stability theory and the linear matrix inequalities techniques, sufficient criteria are derived for the existence of a solution to the algorithm of reliable filtering. Final, an example is exploited to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: reliable control; filter design; network control systems; stochastic failure rates; non-ideal network quality

1 引言

信号在传输过程中不可避免的受到内部噪声和外来干扰的影响, 使接收端接收到的信号与真实信号有所偏差, 为排除这些噪声的影响, 就要对测量信号进行滤波, 所谓滤波, 就是从可测的系统输出中吸取信息, 然后对系统进行状态估计. 滤波器设计问题已经成为控制领域和信号处理领域研究的重要课题之一. 在六七十年代的滤波器设计中, 最有名的是卡尔曼滤波器设计^[1]. 在过去四五十多年里, 卡尔曼滤波被广泛的用于惯性导航与卫星定位、目标跟踪与识别、通信与信号处理等. 然而卡尔曼滤波器设计方法的缺点也是十分的明显, 其主要缺点是: 卡尔曼滤波器设计要求对噪声有先验的了解, 而噪声的存在往往是随机出现的, 要事前对其完全了解是不易的, 为了克服这一困难, Elsayed 和 Grimable 在文献[2]中设计了极小化 H_{∞} 范数的意义下最优 H_{∞} 滤波器. H_{∞} 滤波针对滤波系统存在的系统模型的不确定性和外界干扰, 将 H_{∞} 范数引入到滤波器设计问题中来,

设计一个滤波器使得从干扰输入到滤波误差输出的 H_{∞} 范数最小化. 在 H_{∞} 滤波器设计中, 测量噪声可以是有界能量的任意信号, 而不必要求是高斯信号. H_{∞} 滤波的这些优点使得它在一些领域得到了广泛的应用, 如油田地震勘探信号自校正去卷, 工程信号处理等.

时滞现象在各类工业系统中普遍存在, 而时滞常常是造成系统产生震荡和不稳定的一个重要原因. 控制系统中时滞的存在使得理论分析和工程应用都变的困难, 同无时滞系统相比, 时滞使系统相应性能变差, 甚至稳定性都难以得到保证. 由于时滞现象的广泛存在, 对时滞系统的分析与综合研究引起许多学者的关注^[3~6]. 网络控制系统作为一类特殊的时滞系统也受到广泛的关注, 所谓的网络控制系统是指利用通讯网络形成的闭环反馈控制系统. 该类系统中, 被控对象与控制器以及控制器与驱动器之间是通过一个公共的网络平台连接. 与传统的控制系统不同, 网络化控制系统由于网络的加入, 使得网络化控制系统受网络带宽、承载能力和服务能力的限制, 网络传输的数据信息包不可避免地存在时

滞、丢包、误码等问题.这也使得对网络控制系统的分析与综合变得更加复杂.目前国内外对网络化控制系统的研究主要集中在网络化控制系统的建模、分析、控制和优化等问题,而对于网络环境下的滤波器设计问题目前尚处于起步阶段尤其是当传感器发生随机故障以及传感器经过网络传输出现随机时滞时的网络控制系统的滤波研究更不多见.

本文的主要贡献在于综合考虑网络环境的时滞、错序、丢包等非理想服务质量下建立了包含传感器随机失真的网络控制系统系统模型,通过使用李亚普诺夫泛函稳定性理论和线性矩阵不等式技术设计了该类系统的可靠性滤波器,最后通过数值算例验证本文给出方法的有效性.

2 问题描述

本节将对一类网络控制系统进行可靠性滤波器设计.为了方便后面的系统分析,我们做如下合理假定:

假设 1 传感器测量是时钟驱动的,滤波器为事件驱动.

假设 2 传感器的测量具有概率性失真.

考虑如下线性离散时滞系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{L}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态; $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^m$ 为系统的测量输出; $\mathbf{z}(k)$ 为被估计信号; $\mathbf{w}(k)$ 为输入噪声; $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{L}$ 为已知的具有适当维数的矩阵.

考虑网络带来的影响,经图 1 所示网络后的滤波器系统可以写为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_f(k+1) = \mathbf{A}_f\mathbf{x}_f(k) + \mathbf{B}_f\hat{\mathbf{y}}(i_k h) \\ \mathbf{z}_f(k) = \mathbf{C}_f\mathbf{x}_f(k) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $k \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{k+1}]$, h 表示采样周期, $i_k (k = 1, 2, \dots)$ 为整数, τ_{i_k} 为从传感器采样时刻到滤波器接收时刻的时间差,则显然有关系 $\cup_{k=1}^{\infty} [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{k+1}] = [t_0, \infty)$, $t_0 \geq 0$.

在式(2)表示的系统里, $\{i_1, i_2, \dots\}$ 是 $\{0, 1, 2, \dots\}$ 的一个子集,而且不必要求 $i_{k+1} > i_k$. 如果 $i_{k+1} = i_k$, 表示传输过程中没有丢包,如果 $i_{k+1} > i_k$, 表示传输过程中发生丢包,如果 $i_{k+1} < i_k$ 表示传输过程中发生错序,丢弃先发送而后到达的包.

令 $\mathbf{x}(i_k h) = \mathbf{x}(k - (k - i_k h))$, 定义 $\tau(k) = k - i_k h$, $k \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{k+1}]$, 于是 $\mathbf{x}(i_k h) = \mathbf{x}(k - \tau(k))$.

当考虑传感器的概率性失真,式(1)表示的系统中,可测量信号 $y(k)$ 经传感器测量后为

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{\Xi}\mathbf{y}(k) = \mathbf{\Xi}\mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{\Xi} = \text{diag}\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m\}$, $\xi_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 为 m 个不相关的取值在 $[0, \rho]$ 上的随机变量,并且其数学期望和方差分别为 $\epsilon(\xi_i) = \mu_i$ 和 σ_i^2 , 这里我们用 $\epsilon(\cdot)$ 表示随机变量的数学期望,下同.

为了后面叙述的简便,定义如下矩阵: $\mathbf{E}_i = \text{diag}\{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0\}$, $\bar{\mathbf{\Xi}} = \text{diag}\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$.

当 $\hat{\mathbf{y}}(k)$ 经过网络的传输,我们可以得到

$$\hat{\mathbf{y}}(i_k h) = \mathbf{\Xi}\mathbf{C}\mathbf{x}(k - \tau(k)) \quad (4)$$

其中, $\tau_k \leq \tau(k) \leq (i_{k+1} - i_k)h + \tau_{k+1} (k \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{k+1}])$. 进一步可以得到下面关系式

$$0 < \tau_1 \leq \tau(k) \leq \tau_2 \quad (5)$$

本节讨论的时滞 $\tau(t)$, 虽然形式上和前面讨论的一般时滞系统的 $\tau(t)$ 是一致的. 但由上面的分析讨论可知, 此处 $\tau(t)$ 实质上为包含了网络诱导的时延、错序、丢包的综合指标.

于是网络控制系统滤波器式(2)可以重写为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_f(k+1) = \mathbf{A}_f\mathbf{x}_f(k) + \mathbf{B}_f\mathbf{\Xi}\mathbf{C}\mathbf{x}(k - \tau(k)) \\ \mathbf{z}_f(k) = \mathbf{C}_f\mathbf{x}_f(k) \end{cases} \quad (6)$$

定义 $\boldsymbol{\eta}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_f(k) \end{bmatrix}$, $\mathbf{e}(k) = \mathbf{z}(k) - \mathbf{z}_f(k)$, 则由

式(1)和式(6)可以得到下面滤波误差系统

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\eta}(k) + \mathbf{D}\mathbf{x}(k - \tau(k)) + \mathbf{D}_k\mathbf{x}(k - \tau(k)) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{e}(k) = \bar{\mathbf{L}}\boldsymbol{\eta}(k) \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_f \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f\mathbf{\Xi}\mathbf{C} \end{bmatrix}$, $\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f(\mathbf{\Xi} - \bar{\mathbf{\Xi}})\mathbf{C} \end{bmatrix}$, $\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\bar{\mathbf{L}} = [\mathbf{L} \quad -\mathbf{C}_f]$

叙述要处理的问题之前,首先给出如下引理.

引理 1^[7] $\boldsymbol{\Omega}_1, \boldsymbol{\Omega}_2$ 和 $\boldsymbol{\Omega}$ 是具有合适维数的已知矩阵,对 $d_k \in [d_1, d_2]$,

$$(d_k - d_1)\boldsymbol{\Omega}_1 + (d_2 - d_k)\boldsymbol{\Omega}_2 + \boldsymbol{\Omega} < 0 \quad (8)$$

成立,当且仅当下面两式成立.

$$(d_2 - d_1)\boldsymbol{\Omega}_1 + \boldsymbol{\Omega} < 0 \quad (9)$$

$$(d_2 - d_1)\boldsymbol{\Omega}_2 + \boldsymbol{\Omega} < 0 \quad (10)$$

引理 2^[8] 对给定矩阵 $\mathbf{Q} > 0$ 和函数 $d_k, \mathbf{x}(k), \mathbf{y}(k) (k = 1, 2, \dots)$, 其中 $\mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)$, 则有下面不等式成立

$$\begin{aligned} & -d_k \sum_{i=k-d_k}^{k-1} \mathbf{y}^T(i) \mathbf{Q}\mathbf{y}(i) \\ & \leq \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}(k-d_k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{Q} & * \\ \mathbf{Q} & -\mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}(k-d_k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

其中 * 表示对称矩阵所对应的对称元素(下同).

引理 3^[9] 对任意的向量 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ 和正定对称矩阵 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 下面不等式成立

$$2\mathbf{x}^T \mathbf{y} \leq \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{y}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{y} \quad (12)$$

3 主要结果

在本节里, 我们给出滤波误差系统式(7)渐近稳定的充分性条件, 然后在给出的稳定性条件基础上, 给出结构式(6)形式的滤波器的设计算法.

定理 1 对给定的时滞界信息 τ_1, τ_2 及传感器概率失真信息 μ_i 和 $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 如果存在正定对称矩阵 $\mathbf{P} > 0, \mathbf{Q}_1 > 0, \mathbf{Q}_2 > 0, \mathbf{R}_1 > 0, \mathbf{R}_2 > 0$ 和适当维数矩阵 \mathbf{M} 和 \mathbf{N} , 使得矩阵不等式(13)对 $s = 1, 2$ 成立, 则滤波误差系统式(7)均方渐近稳定.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{11} + \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma}^T & * & * & * \\ \mathbf{\Omega}_{21} & \mathbf{\Omega}_{22} & * & * \\ \mathbf{\Omega}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{\Omega}_{33} & * \\ \mathbf{\Omega}_{41}(s) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{R}_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{\Omega}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_1 & * & * & * & * \\ \mathbf{R}_1 \mathbf{H} & -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{R}_1 & * & * & * \\ \mathbf{D}^T \mathbf{P} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{Q}_2 & * \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{P}\hat{\mathbf{A}} & \mathbf{0} & \mathbf{P}\mathbf{D} & \mathbf{0} & \mathbf{P}\bar{\mathbf{B}} \\ \tau_1 \mathbf{R}_1 \hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{A}} & \mathbf{0} & \tau_1 \mathbf{R}_1 \mathbf{H}\mathbf{D} & \mathbf{0} & \tau_1 \mathbf{R}_1 \mathbf{H}\bar{\mathbf{B}} \\ \sqrt{\tau_{21}} \mathbf{R}_2 \hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{A}} & \mathbf{0} & \sqrt{\tau_{21}} \mathbf{R}_2 \mathbf{H}\mathbf{D} & \mathbf{0} & \sqrt{\tau_{21}} \mathbf{R}_2 \mathbf{H}\bar{\mathbf{B}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Omega}_{31} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_1 \hat{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{D}}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_2 \hat{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{D}}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_m \hat{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{D}}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{D}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f \mathbf{E}_i \mathbf{C} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mathbf{\Omega}_{22} = \text{diag}\{-\mathbf{I}, -\mathbf{P}, -\mathbf{R}_1, -\mathbf{R}_2\},$$

$$\mathbf{\Omega}_{33} = \text{diag}\{-\underbrace{\mathbf{P}, -\mathbf{P}, \dots, -\mathbf{P}}_m\}, \mathbf{\Omega}_{41}(1) = \sqrt{\tau_{21}} \mathbf{N}^T,$$

$$\mathbf{\Omega}_{41}(2) = \sqrt{\tau_{21}} \mathbf{M}^T,$$

$$\mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{P}\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} - 2\mathbf{P} + \mathbf{H}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 - \mathbf{R}_1) \mathbf{H},$$

$$\mathbf{\Gamma} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{N} \quad -\mathbf{N} + \mathbf{M} \quad -\mathbf{M} \quad \mathbf{0}],$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{I}, \mathbf{H} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}], \tau_{21} = \tau_2 - \tau_1.$$

证明: 定义两个新的变量

$$\bar{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k), \bar{\boldsymbol{\eta}}(k) = \boldsymbol{\eta}(k+1) - \boldsymbol{\eta}(k)$$

构造如下李亚普诺夫泛函

$$\mathbf{V}(k) = \boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{P} \boldsymbol{\eta}(k) + \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} \mathbf{x}^T(i) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(i)$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} \mathbf{x}^T(i) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(i) + \tau_1 \sum_{i=-\tau_1}^{-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} \bar{\mathbf{y}}^T(j) \mathbf{R}_1 \bar{\mathbf{y}}(j) \\ & + \sum_{i=-\tau_2}^{-\tau_1-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} \bar{\mathbf{y}}^T(j) \mathbf{R}_2 \bar{\mathbf{y}}(j) \end{aligned} \quad (14)$$

对式(14)两边取最小化算子

$$\mathcal{L}\mathbf{V}(k) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta} \{ \mathcal{E}(\mathbf{V}(x_{k+\Delta}) | x_k) - \mathbf{V}(x_k) \}$$

可得:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\mathbf{V}(k) & = 2\boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{P} [(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{I}) \boldsymbol{\eta}(k) + \mathbf{D} \mathbf{x}(k - \tau(k)) + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{w}(k)] + \mathcal{A} \mathbf{P} \mathcal{A} \\ & + \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \mathbf{x}^T(k - \tau(k)) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f \mathbf{E}_i \mathbf{C} \end{bmatrix}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f \mathbf{E}_i \mathbf{C} \end{bmatrix} \\ & \cdot \mathbf{x}(k - \tau(k)) + \boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{H}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(k) \\ & - \mathbf{x}^T(k - \tau_1) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(k - \tau_1) - \mathbf{x}^T(k - \tau_2) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x} \\ & \cdot (k - \tau_2) - \tau_1 \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} \bar{\mathbf{y}}^T(i) \mathbf{R}_1 \bar{\mathbf{y}}(i) \\ & - \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau_1-1} \bar{\mathbf{y}}^T(i) \mathbf{R}_2 \bar{\mathbf{y}}(i) \\ & + \mathcal{E}\{\bar{\mathbf{y}}^T(k) \tilde{\mathbf{R}} \bar{\mathbf{y}}(k)\} \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\mathcal{A} = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{I}) \boldsymbol{\eta}(k) + \mathbf{D} \mathbf{x}(k - \tau(k)) + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{w}(k), \tilde{\mathbf{R}} = \tau_1^2 \mathbf{R}_1 + (\tau_2 - \tau_1) \mathbf{R}_2.$

由引理 2, 有

$$-\tau_1 \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} \bar{\mathbf{y}}^T(i) \mathbf{R}_1 \bar{\mathbf{y}}(i) \leq \begin{bmatrix} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(k) \\ \mathbf{x}(k - \tau_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_1 & -\mathbf{R}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(k) \\ \mathbf{x}(k - \tau_1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

在式(15)中,

$$\mathcal{E}\{\bar{\mathbf{y}}^T(k) \tilde{\mathbf{R}} \bar{\mathbf{y}}(k)\} = \mathcal{E}\{\bar{\boldsymbol{\eta}}^T(k) \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{H} \bar{\boldsymbol{\eta}}(k)\} = \mathcal{A}^T \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{H} \mathcal{A} \quad (17)$$

引入自由权矩阵有

$$2\boldsymbol{\zeta}^T(k) \mathbf{N} \cdot [\mathbf{x}(k - \tau_1) - \mathbf{x}(k - \tau(k)) - \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-\tau_1-1} \bar{\mathbf{y}}(i)] = 0 \quad (18)$$

$$2\boldsymbol{\zeta}^T(k) \mathbf{M} \cdot [\mathbf{x}(k - \tau(k)) - \mathbf{x}(k - \tau_2) - \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau(k)-1} \bar{\mathbf{y}}(i)] = 0 \quad (19)$$

其中 $\boldsymbol{\zeta}^T(k) = [\boldsymbol{\eta}^T(k) \quad \mathbf{x}^T(k - \tau_1) \quad \mathbf{x}^T(k - \tau(k)) \quad \mathbf{x}^T(k - \tau_2) \quad \mathbf{w}^T(k)], \mathbf{N}^T = [\mathbf{N}_1^T \quad \mathbf{N}_2^T \quad \mathbf{N}_3^T \quad \mathbf{N}_4^T \quad \mathbf{N}_5^T], \mathbf{M}^T = [\mathbf{M}_1^T \quad \mathbf{M}_2^T \quad \mathbf{M}_3^T \quad \mathbf{M}_4^T \quad \mathbf{M}_5^T]$

由引理 3, 有

$$\begin{aligned} -2\boldsymbol{\zeta}^T(k) \mathbf{N} \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-\tau_1-1} \bar{\mathbf{y}}(i) & \leq (\tau(k) - \tau_1) \boldsymbol{\zeta}^T(k) \mathbf{N} \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{N}^T \\ & \cdot \boldsymbol{\zeta}(k) + \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-\tau_1-1} \bar{\mathbf{y}}^T(i) \mathbf{R}_2 \bar{\mathbf{y}}(i) \end{aligned} \quad (20)$$

$$-2\zeta^T(k)M \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau(k)-1} \bar{y}(i) \leq (\tau_2 - \tau(k))\zeta^T(k)MR_2^{-1}M^T \cdot \zeta(k) + \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau(k)-1} \bar{y}^T(i)R_2\bar{y}(i) \quad (21)$$

结合式(15)~(21),利用 Schur 补和引理 1,可以得到矩阵不等式(13)为

$$\mathcal{L}V(k) \leq -e^T(k)e(k) + \gamma^2 w^T(k)w(k) \quad (22)$$

成立的充分条件.然后再利用文献[10]中的证明方法,可以得到滤波误差系统式(7)均方渐近稳定.

基于定理 1,下面设计结构式(6)形式的可靠性滤波器,可以得到下面结论.

定理 2 对给定的时滞界信息 τ_1, τ_2 及传感器概率失真信息 μ_i 和 $\sigma_i (i=1, 2, \dots, m)$, 如果存在正定对称矩阵 $P_1 > 0, \bar{P}_3 > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, R_1 > 0, R_2 > 0$ 和适当维数矩阵 $\bar{A}_f, \bar{B}_f, \bar{C}_f, \bar{M}_{10}, \bar{M}_{11}, \bar{N}_{10}, \bar{N}_{11}, M_i$ 和 $N_i (i=2, 3, \dots, 5)$, 使得下面线性矩阵不等式对 $s=1, 2$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} + \hat{\Gamma} + \hat{\Gamma}^T & * & * & * \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & * & * \\ \Psi_{31} & \mathbf{0} & \Psi_{33} & * \\ \Psi_{41}(s) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -R_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$P_1 - \bar{P}_3 > 0 \quad (24)$$

其中:

$$\Psi_{11} = \begin{bmatrix} \Sigma_2 & * & * & * & * & * \\ \hat{\Gamma} & \Sigma_3 & * & * & * & * \\ R_1 & \mathbf{0} & \Sigma_4 & * & * & * \\ \Sigma_5 & \Sigma_5 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -Q_2 & * \\ B^T P_1 & B^T P_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{21} = \begin{bmatrix} L & -\bar{C}_f & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ P_1 \hat{A} & \bar{A}_f - \bar{P}_3 & \mathbf{0} & \bar{B}_f \bar{E} C & \mathbf{0} & P_1 B \\ \bar{P}_3 A - \bar{P}_3 & \bar{A}_f - \bar{P}_3 & \mathbf{0} & \bar{B}_f \bar{E} C & \mathbf{0} & \bar{P}_3 B \\ \tau_1 R_1 \hat{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tau_1 R_1 B \\ \sqrt{\tau_{21}} R_2 \hat{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sqrt{\tau_{21}} R_2 B \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{31} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_1 \bar{E}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_2 \bar{E}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_m \bar{E}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} -P_1 & * \\ -\bar{P}_3 & -\bar{P}_3 \end{bmatrix}, \bar{E}_i = \begin{bmatrix} \bar{B}_f E_i C \\ \bar{B}_f E_i C \end{bmatrix} (i=1, 2, \dots, m)$$

$$\Psi_{41}(1) = \sqrt{\tau_{21}} \bar{N}^T, \Psi_{41}(2) = \sqrt{\tau_{21}} \hat{M}^T,$$

$$\bar{N}^T = [\bar{N}_{10}^T \quad \bar{N}_{11}^T \quad N_2^T \quad N_3^T \quad N_4^T \quad N_5^T]$$

$$\hat{M}^T = [\bar{M}_{10}^T \quad \bar{M}_{11}^T \quad M_2^T \quad M_3^T \quad M_4^T \quad M_5^T],$$

$$\hat{\Gamma} = [\mathbf{0} \quad \bar{N} \quad -\bar{N} + \hat{M} \quad -\hat{M} \quad \mathbf{0}]$$

$$\Psi_{22} = \text{diag}\{-I, -\hat{P}, -R_1, -R_2\},$$

$$\Psi_{33} = \text{diag}\{-\hat{P}, -\hat{P}, \dots, -\hat{P}\},$$

$$\hat{\Gamma} = \bar{A}_f^T + \bar{P}_3 A - 2\bar{P}_3$$

$$\Sigma_2 = P_1 A + A^T P_1 - 2P_1 + Q_1 + Q_2 - R_1,$$

$$\Sigma_3 = \bar{A}_f + \bar{A}_f^T - 2\bar{P}_3,$$

$$\Sigma_4 = -Q_1 - R_1, \Sigma_5 = C^T \bar{E}^T \bar{B}_f^T$$

成立,则滤波误差系统(7)均方渐近稳定,且其滤波器参数为:

$$\begin{cases} A_f = \bar{A}_f \bar{P}_3^{-1} \\ B_f = \bar{B}_f \\ C_f = \bar{C}_f \bar{P}_3^{-1} \end{cases} \quad (25)$$

证明:由于 $\bar{P}_3 > 0$,因此存在一个非奇异的矩阵 P_2 和对称矩阵 $P_3 > 0$,使得 $\bar{P}_3 = P_2^T P_3^{-1} P_2$.

$$\text{定义 } P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2^T \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & P_2^T P_3^{-1} \end{bmatrix}, \text{在式(13)}$$

左右两端分别乘以 $\Pi = \text{diag}\{J, \underbrace{I, I, \dots, I}_5, \underbrace{J, I, I, \dots, I}_{3+2m}\}$

和其转置.

并且定义: $\bar{A}_f = \hat{A}_f \bar{P}_3, \hat{A}_f = P_2^T A_f P_2^{-T}, \bar{B}_f = P_2^T B_f, \bar{C}_f = \hat{C}_f \bar{P}_3, \hat{C}_f = C_f P_2^{-T}$

$$N_1^T J^T = [\bar{N}_{10}^T \quad \bar{N}_{11}^T], M_1^T J^T = [\bar{M}_{10}^T \quad \bar{M}_{11}^T]$$

我们可以得到式(23).因此当式(23)成立时,式(13)成立.于是由定理 1,滤波误差系统式(7)均方渐近稳定.接下来,类似文献[10]中的证明,我们可以得到形如式(25)给出的滤波器参数.

4 数值例子

例 1 考察系统式(1)的参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.4 \\ -0.4 & 0.1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.7 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \quad 1], L = [1 \quad 1]$$

并且假定 $\tau(t)$ 满足 $1 \leq \tau(t) \leq 4$,且传感器具有概率性失真,其期望和方差分别为: $\mu_1 = 0.6$ 和 $\sigma_1 = 0.02$.

则由定理 2,在 H_∞ 性能指标 $\gamma = 1.0$ 时,通过求解线性矩阵不等式式(23)和式(24),可以得到下面矩阵参数:

$$\bar{P}_3 = \begin{bmatrix} 0.9162 & 0.7485 \\ 0.7485 & 2.1450 \end{bmatrix}, \bar{A}_f = \begin{bmatrix} -0.0933 & 0.5316 \\ -0.5085 & 0.4255 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_f = \begin{bmatrix} -0.0160 \\ -0.0165 \end{bmatrix}, \bar{C}_f = [-0.6746 \quad -0.6821]$$

再由式(25),可以求得滤波器参数:

$$A_f = \begin{bmatrix} -0.4256 & 0.3963 \\ -1.0030 & 0.5483 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} -0.0160 \\ -0.0165 \end{bmatrix}, C_f = [-0.6666 \quad -0.0854]$$

当初始条件 $\mathbf{x}(0) = [0.3 \quad -0.3]^T$, 外界扰动 $w(k) = \begin{cases} 5 & 20s \leq k \leq 40s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 基于设计的滤波器, 图 1 和图 2 分别给出滤波误差系统式(7)的滤波误差 $e(k)$ 和传感器概率失真 Ξ .

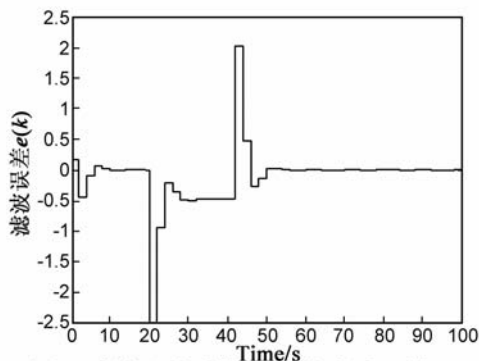


图1 滤波误差系统式(7)的滤波误差 $e(k)$

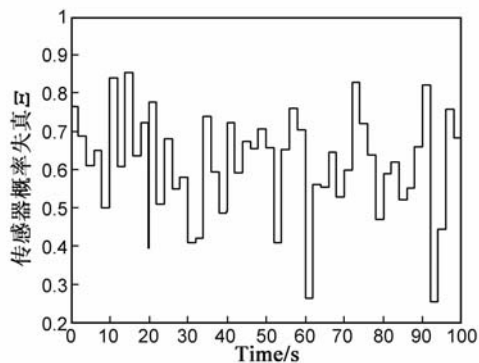


图2 传感器概率失真 Ξ

5 结论

本文研究了一类网络环境下的离散线性系统, 并且设计了其可靠性滤波器. 通过引入一组随机变量来表示传感器的概率性失真, 然后通过利用李亚普诺夫泛函稳定性理论和线性矩阵不等式技术, 得到了用线性矩阵不等式来表示的可靠性滤波器设计算法存在可行解的充分性条件. 最后通过数值例子说明了本文提出方法的有效性.

参考文献

- [1] R E Kalman, et al. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35 – 45.
- [2] A Elsayed, M J Grimble. A new approach to the H_∞ design of optimal digital linear filters [J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 1989, 6(2): 233 – 251.

- [3] 王艳, 蔡骅, 陈庆伟, 等. 网络控制系统反馈调度器的设计 [J]. 电子学报, 2007, 35(2): 379 – 384.
Wang Yan, Cai Hua, Chen Qing-wei, et al. Feedback scheduler design of networked control systems [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(2): 379 – 384. (in Chinese)
- [4] 钱志鸿, 王义君. 物联网技术与应用研究 [J]. 电子学报, 2012, 40(5): 1023 – 1029.
Qian Zhi-hong, Wang Yi-jun. IoT technology and application [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(5): 1023 – 1029. (in Chinese)
- [5] Jinliang Liu, Zhou Gu, Engang Tian. New results on filter design for nonlinear systems with time-delay through a T-S fuzzy model approach [J]. International Journal of Systems Science, 2012, 43(3): 426 – 442.
- [6] Jinliang Liu, Dong Yue, et al. H_∞ filtering for systems with time-varying delay satisfying a certain stochastic characteristic [J]. IET Signal Processing, 2011 5(8): 757 – 766.
- [7] Engang Tian, Dong Yue, Yijun Zhang. Delay-dependent robust H_∞ control for T-S fuzzy system with interval time-varying delay [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(12): 1708 – 1719.
- [8] Xiefu Jiang, Qinglong Han, et al. Stability criteria for linear discrete-time systems with interval-like time-varying delay [A]. American Control Conference, 2005 [C]. Portland: IEEE Press, 2005. 2817 – 2822.
- [9] Youyi Wang, Lihua Xie, et al. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems [J]. Systems & Control Letters, 1992, 19(2): 139 – 149.
- [10] Xianming Zhang, Qinglong Han. Delay-dependent robust H_∞ filtering for uncertain discrete-time systems with time-varying delay based on a finite sum inequality [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2006, 53(12): 1466 – 1470.

作者简介



刘金良 男, 1980年生, 现为南京财经大学应用数学学院讲师. 主要研究方向为: 网络控制系统、复杂动态网络、T-S模糊系统、时滞系统的分析与综合.

E-mail: liujinliang@vip.163.com